

受験番号					氏名	
------	--	--	--	--	----	--

2020 年度

数 学

I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験開始後に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
3. 監督者の指示にしたがって解答用紙の下記の該当欄にそれぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄 受験番号を 4 ケタで記入し、さらにその下のマーク欄に該当する 4 ケタをマークしなさい。
 (例) 受験番号 0025 番 →

0	0	2	5
---	---	---	---

 と記入。
 - ② 氏名欄 氏名・フリガナを記入しなさい。
4. 受験番号が正しくマークされていない場合または正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
6. 試験終了後、問題冊子および解答用紙を机上に置き、試験監督者の指示に従い退場しなさい。

裏表紙に、解答上の注意が続きます。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

第 1 問

- (1) 正の整数 a と b について、等式

$$\sqrt[3]{301\sqrt{a} - 319\sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

が成立している。実数 \sqrt{ab} が整数でないとき $a =$ である。

- (2) 実数 α が $0 \leq \alpha < 2\pi$ の範囲にあり、 β が $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲にあるとき

$$(6 \cos \alpha \cdot \sqrt{\cos \beta} + \sin \alpha \cdot \sqrt{15 \sin \beta})^2$$

の最大値は である。

- (3) 不等式

$$\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m} < \frac{1}{48}$$

をみたす正の整数 m の最小値は である。

- (4) 不等式

$$(\sqrt[3]{n+1})^4 - (\sqrt[3]{n})^4 > 40$$

をみたす正の整数 n の最小値は である。

第2問

第1象限での曲線

$$C: x^4 + y^2 = 25 \quad (x > 0 \text{ かつ } y > 0)$$

と x 軸と y 軸により囲まれた図形を F とする。

(1) 曲線 C 上の点 $(2, 3)$ における接線の y 切片を b とすると

$$b = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2) 図形 F を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を V とすると

$$V = \boxed{\text{エオ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}} \pi$$

である。

(3) 図形 F を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を W とすると

$$W = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi^2$$

である。

第3問

関数

$$f(x) = \sqrt{9 + \frac{19}{9} \sin x}$$

の積分により二つの関数

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \text{と} \quad S(x) = \int_0^x f(x+t) dt$$

を定める。

このとき、すべての実数 a について、 $x = a$ における微分係数 $F'(a)$ と $S'(a)$ は正の実数である。たとえば、

$$F'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \quad \text{であり,} \quad S'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。したがって、 $S(x)$ の逆関数 $g(x) = S^{-1}(x)$ が存在する。

この関数 $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ について

$$g'(0) = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \quad \text{であり,} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g'(x) - g'(0)}{x} = \frac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$$

である。

第4問

ある試行の結果起こる三つの事象 A と B と C について考える。

事象 $A \cup B \cup C$ は全事象であり、それぞれの事象の確率が

$$P(A) = \frac{5}{8}, \quad P(B) = \frac{3}{8}, \quad P(C) = \frac{5}{16}$$

であるとする。さらに、事象 $A \cap B$ と C は互いに排反であり、 B が起こったときの A と C のそれぞれの起こる条件つき確率が

$$P_B(A) = \frac{5}{8}, \quad P_B(C) = \frac{1}{12}$$

であるとする。

(1) 事象 $A \cap B$ の確率は $P(A \cap B) = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ であり、 A が起こったときの B の

起こる条件つき確率は $P_A(B) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(2) 事象 $B \cup C$ の確率は $P(B \cup C) = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ であり、 \bar{C} が起こったときの B

の起こる条件つき確率は $P_{\bar{C}}(B) = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。ここで \bar{C} は C の余事象で

ある。

(3) 事象 $A \cap C$ の確率は $P(A \cap C) = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ であり、 C が起こったときの $A \cup B$

の起こる条件つき確率は $P_C(A \cup B) = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

II 解答上の注意

1. 問題の文中の ア，イウ などの には、とくに指示のないかぎり、整数値が入ります。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答しなさい。

(1) ア、イ、ウ、… の一つ一つは、それぞれ、符号 (-) または数字 (0 ~ 9) のいずれか一つに対応します。それらを ア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークして答えなさい。


(例) アイ に -8 と答えたいとき

ア	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨

(2) 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

(例) $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
オ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨

2. 解答を修正する場合は必ず「消しゴム」であとが残らないように完全に消しなさい。鉛筆の色や消しきずが残ったり、 のような消し方などをした場合は、修正したことになりません。

3. 解答をそれぞれの問題に指定された数よりも多くマークした場合は無回答とみなされます。